Abelprisen 2008

"For å ha formet moderne gruppeteori"

Den vitenskapelige komiteen av som plukker ut Abelprisvinnerne begrunner sitt valg av *John Griggs Thompson* og *Jacques Tits* med at disse to aldrende herrene (77 og 75 år gamle) har vært meget viktige deltakere i arbeidet med *å forme moderne gruppeteori.* For en utenforstående er det svært vanskelig, for ikke si umulig, å vurdere berettigelsen av dette valget. Gruppeteori er noe de færreste møter før de har lagt 3-4 år av et universitetsstudium i matematikk bak seg. I dette notatet skal vi derfor forsøke å beskrive gruppeteori i sin generalitet og Thompson og Tits bidrag mer spesielt, slik at en litt opplyst legmann kan få et innblikk i hva dette dreier seg om.

De fleste av oss vil være enige i hva vi mener at noe er symmetrisk. Et ansikt er symmetrisk om en midtlinje dersom de to halvdelene er som speilbilder av hverandre. Tilsvarende er et kvadrat symmetrisk på flere måter, vi kan finne mange delelinjer som er slik at de to halvdelene er speilbilder av hverandre. I vår språkbruk kaller vi speilingene for (speil-)symmetrier og det vi speiler om for symmetriakser. Det finnes imidlertid flere symmetrier av et kvadrat enn bare speilingene. Vi kan stikke en nål gjennom midten av kvadratet og rotere 90 grader. Det kaller vi også en symmetri; en rotasjonssymmetri. Symmetriene til et geometrisk objekt er helt generelt de operasjonene som bevarer formen på objektet.

En viktig egenskap ved symmetrier er at vi kan sette dem sammen og danne nye symmetrier. Sammensetting av to 90 graders rotasjoner av kvadratet gir oss en 180 graders rotasjon. Speiler vi et kvadrat først om en akse på langs, deretter om en akse på tvers får vi også en rotasjon på 180 grader. To speilinger om forskjelllige akser gir oss en rotasjon! Resultatet blir helt annerledes enn dersom vi speiler to ganger om samme akse, da vil resultatet bli at vi kommer tilbake der vi startet. Gruppeteori dreier seg om å formalisere dette spillet.

Men gruppeteori kan også illustreres på andre måter. Hvis man sovner klokka 23 på kvelden og sover i 8 timer, hvor mye er klokka når man våkner? Svaret er rimelig opplagt for de fleste, men spørsmålet er ikke hvorfor klokka er 7, men heller hvorfor ikke klokka er 31, tross alt er 23+8=31. Svaret er at det er ikke slik vi regner, for når vi kommer til midnatt så begynner tellingen på nytt. Mengden av klokkeslett {0,1,2, ... ,23} hvor tellingen starter på nytt når vi passerer 24 danner en syklisk gruppe. Gruppeteori dreier seg også om å studere denne og liknende type strukturer.

Gruppeteori er ingen spesielt ny oppfinnelse. Da ***Niels Henrik Abel*** og ***Evariste Galois*** i årene fra 1822-1832 hver for seg jobbet med å finne kriterier for hvilke polynomiale likninger som lar seg løse ved algebraiske formler, la de i praksis grunnlaget for gruppeteorien. Selve begrepet ble imidlertid ikke klargjort før nærmere 50 år senere.

Omtrent samtidig som det abstrakte gruppebegrepet ble klarlagt fikk gruppeteorien en ny vitamininnsprøyting. Inspirert av Abels arbeider tok ***Sophus Lie*** og ***Felix Klein*** for seg den geometriske tilnærmingsmåten, slik vi beskrev den gjennom eksempelet med symmetriene til et kvadrat. Klein ønsket å beskrive geometriske objekter gjennom deres symmetrier, mens Lie konsentrerte seg om mer generelle geometriske objekter, som f.eks. kurver og flater. Han begrenset ikke symmetriene til å bevare de ytre formene, han tillot også ulike former for tøyninger av objektene, innenfor gitte regler for hva som oppfattes som lovlig. I dag kalles gjerne disse symmetrigruppene for Lie-grupper.

Jacques Tits og John Thompson har på hver sin måte jobbet videre innefor disse tradisjonene,

Thompson med endelige grupper som Abel og Tits med transformasjonsgrupper som Lie.
Mellom Abel og Lie og Thompson og Tits ligger det 100-150 år med forskning innen gruppeteori, og man skulle kanskje tro at feltet nå ville være uttømt, at det som er å finne er funnet. Slik er det ikke, noe både Thompson og Tits` resultater er gode eksempler på. De har begge på hver sin kant gitt dype og banebrytende bidrag til vår forståelse av gruppeteori, både gjennom nye konstruksjoner som har beriket vårt syn på gruppeteoriens skjønnhet, og gjennom resultater som har gitt oss fornyet innsikt i de skjøre strukturene som ligger til grunn for teorien. Fellesnevneren for Thompson og Tits sine resultater er den enorme betydningen de har hatt for utviklingen av vår kunnskap innen algebra og tilstøtende fagfelt. Deres originalitet og dype forståelse har bidratt til en innsikt som ikke en gang de to selv kunne overskue.