



Sir Andrew John Wiles, Abelprisvinner 2016



Hanc marginis exiguitas non caperet

”Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.”

Pierre de Fermat

(Det er umulig å dele en tredjepotens i to tredjepotenser, eller en fjerdepotens i to fjerdepotenser, eller helt generelt, en høyere potens enn to i to ledd av samme type. Jeg har funnet et praktfullt bevis for dette, men margen er for liten til å romme det.)

Dette er Pierre de Fermats berømte kommentar, skrevet rundt 1637 i hans utgave av Diophantus' bok Arithmetica. Fermat var en fransk jurist med en lidenskap for matematikk. Påstanden han refererer til er kjent som Fermats siste teorem (det var ikke hans siste teorem, men det siste som ble bevist), eller som FLT. Den er en av historiens lengstlevende gåter, lett å formulere og tilsvarende vanskelig å knekke. Et stort antall dyktige matematiske tenkere har gjennom tidene latt seg friste av utfordringen, men i løpet av 350 år har ingen klart å finne et rigorøst bevis for påstanden. Forsøkene har



Pierre de Fermat

imidlertid ikke vært bortkastet arbeid. Veldig mye god matematikk har blitt til på veien, uansett om forsøkene stadig vekk har ledet inn i blindgater.

Ingen tror vel egentlig at Fermat hadde noe bevis for påstanden. Det virker å være svært vanskelig, om ikke umulig, å gi et komplett bevis for FLT med de matematiske verktøyene og teknikkene man hadde til rådighet på 1600-tallet. Selv for en glimrende matematiker som Pierre de Fermat ville Wiles' bevis vært svært vanskelig å forstå dersom han hadde fått muligheten til å lese det. Det skulle fortsatt gå flere hundre år før de sentrale begrepene i beviset, elliptiske kurver og modulære former ble introdusert.

I dag formulerer vi Fermats marginalkommentar slik:

Likningen $x^n + y^n = z^n$, hvor $n > 2$ har ingen positive heltallsløsninger.

Vi merker oss at Fermat krever at eksponenten n må være større enn 2. For $n = 2$ er ikke påstanden sann, siden likningen $x^2 + y^2 = z^2$ har (uendelig) mange ikke-trivielle heltallsløsninger, hvorav $3^2 + 4^2 = 5^2$ kanskje er den mest berømte. Men hvorfor er påstanden sann for $n \geq 3$? Er det en mystisk sammenheng mellom potenser av tall og summer av potenser av tall? Eller er det rett og slett for få heltallige potenser?

Blant de første 10 000 positive heltallene er det 2 691 tall som kan skrives som en sum av to kvadrater, det er 100 kvadrater og det er 42 tall som både er et kvadrat og en sum av to kvadrater. Til sammenlikning er det kun 202 tall som er en sum av to tredjepotenser, 21 tall er tredjepotenser, og ifølge FLT er ingen av disse også sum av to tredjepotenser.



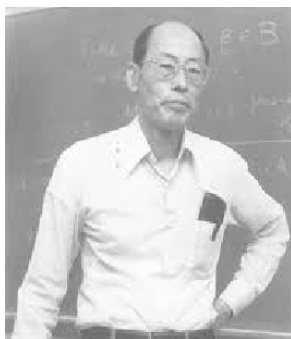
Sir Andrew John Wiles, Abelprisvinner 2016



De to egenskapene, å være en sum av to tredjepotenser og å være en tredjepotens selv, er så sjeldne at det virker usannsynlig at noe tall skulle kunne oppfylle begge kravene. Men studerer vi Wiles' arbeider grundigere forstår vi at årsaken er mye mer subtil.



Yutaka Taniyama



Goro Shimura

Rundt midten av 50-tallet studerte to unge japanske matematikere, Yutaka Taniyama og Goro Shimura noen helt spesielle tallfølger. De så på antall løsninger til en bestemt type likninger, vanligvis omtalt som elliptiske kurver, og sammenliknet disse tallene med spesielle uttrykk for en klasse av funksjoner, kalt modulære former.



Andre Weil

Taniyama og Shimura oppdaget at tallfølgene var svært like og trakk konklusjonen at dette ikke kunne være noen tilfeldighet. De mente at det må finnes en dypere sammenheng mellom elliptiske kurver og modulære former, en sammenheng som gir opphav til to identiske tallfølger innen tilsynelatende forskjellige disipliner av matematikk. Om lag 10 år senere ble disse ideene på ny

trukket fram i en avhandling, av den innflytelsesrike franske matematikeren André Weil. Formodningen ble rask "hot stuff", under betegnelsen Taniyama-Shimura-Weil-formodningen (forkortet TSW), men ingen klarte å finne noe bevis.

Vendepunktet kom rundt midten av 80-tallet, da den tyske matematikeren Gerhard Frey påsto at dersom TSW er sann, så vil også FLT være sant. Frey mente at hvis FLT var usant, så ville det bety at det fantes en semi-stabil elliptisk kurve som ikke er modulær. Men TSW sier akkurat det motsatte, at alle elliptiske kurver er modulære. Så da Ken Ribet noen få år senere beviste Freys påstand, så var den gjenstående hindringen på veien mot et bevis for FLT å finne et bevis for TSW. Mange eksperter betraktet dette nærmest som umulig, men Andrew Wiles kastet seg over problemet, og sju år senere hadde han funnet et bevis. Han snakket ikke med noen om sine oppdagelser, men under en konferanse i Cambridge sommeren 1993 gikk ryktene om en sensasjon. Spenningen bygget seg opp og antall nysgjerrige kolleger i auditoriet økte. I den siste forelesningen presenterte Wiles sin avsluttende konklusjon, at Fermats siste teorem endelig hadde blitt bevist.



Gerhard Frey



Ken Ribet