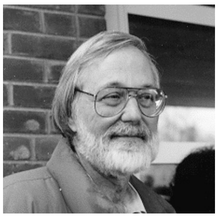


Abelprisvinner 2011

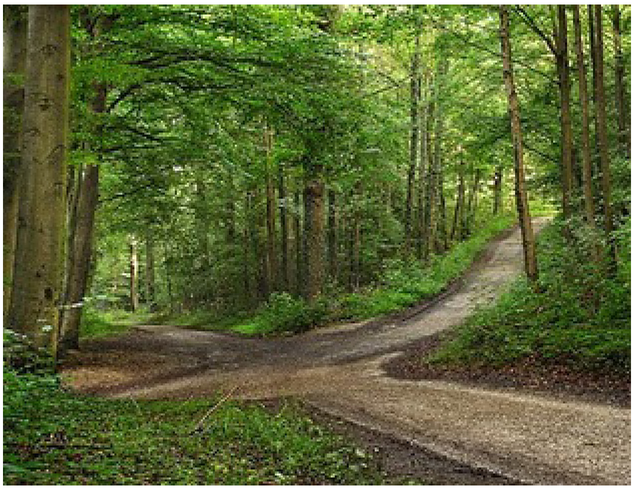
John Willard Milnor

Étoile-plassen i Paris, med Triumfbuen, har Milnortall 25

På 60-tallet jobbet John Milnor med singularitetsteori. Begrepene Milnortall, Milnorfiber og Milnoravbildning stammer fra disse arbeidene. I stedet for å fokusere på den formelle definisjonen, den som sier at det inverse bildet til den holomorfe avbildningen $f:(C^{n+1},0)\to(C,0)$ som definerer singulariteten, av en punktert disk D-{0} i C, snittet med en ball B_δ med radius δ om 0 i C^n, er homotopiekvivalent med en bukett av reelle n-sfærer, der antallet gir oss Milnor-tallet, så skal vi angripe problemet fra en noe mer dagligdags side.

Milnortall for veikryss

Hva er forskjellen på et generelt punkt på en vei og et veikryss? Spørsmålet kan ha mange mer eller mindre fantasifulle svar. Blant de originale svarene er kanskje at de to punktene har forskjellig Milnortall. Et vilkårlig punkt langs veien har Milnortall 0, mens et veikryss der to veier krysser hverandre har Milnortall 1. Og Étoile-plassen i Paris, der Triumf-buen er plassert i skjæringspunktet mellom 6 kryssende avenyer, har Milnortall 25. Økende Milnortall betyr mer komplekse veikryss.



Et veikryss med Milnortall 1

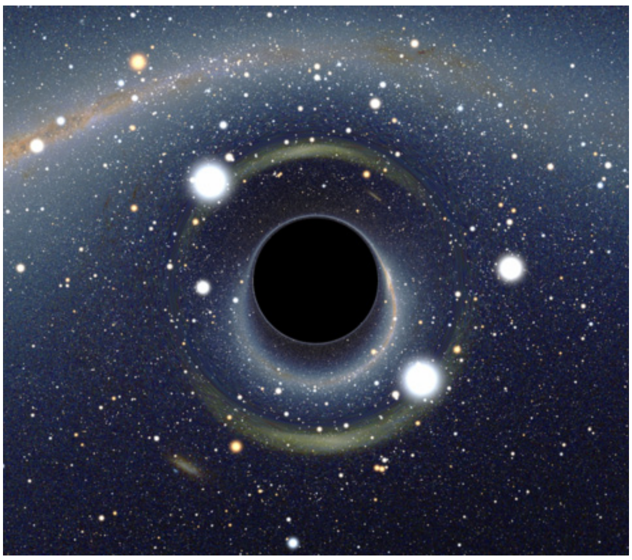
Begrepet Milnortall, om enn ikke navnet, ble introdusert av John Milnor på 1960-tallet i hans studier av isolerte komplekse hyperflatesingulariteter. Singulariteter er spesielle punkter på kurver, flater eller andre rom hvor vi har "for mange tangenter". I eksempelet vi startet med, er veiene kurver. Kurver er 1-dimensjonale figurer og 1-dimensjonale figurer skal i prinsippet ha kun én tangentretning, langs med veien. Veikryssene er singulære punkter fordi vi ikke bare har én, men mange tangentretninger. Gjennom Triumf-buen

Étoile-plassen i Paris har Milnortall 25 er det hele 6 retninger med svære avenyer begge veier.

Generelt begrep
Nå er det selvfølgelig ikke nødvendig å introdusere Milnortall for å telle gater i Paris. Men Milnortallet kan beregnes i langt mer komplekse tilfeller enn den enkle situasjonen med et antall veier som møtes i et felles kryss. F.eks. er spissen av en kroneis en flatesingularitet med Milnortall 1.

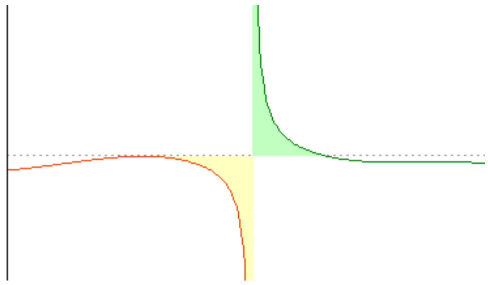
I prinsippet kunne vi også beregnet Milnortallet til et svart hull i universet, hadde vi bare visst hvordan hullet ser ut inni. Dessverre vet vi ikke det, siden det verken slipper lys eller annen informasjon ut av et sort hull.

Milnortallet til en singularitet er det vi kaller en invariant for singulariteten. Det innebærer at dersom to forskjellige singulariteter har samme type kompleksitet, så har de også samme Milnortall.

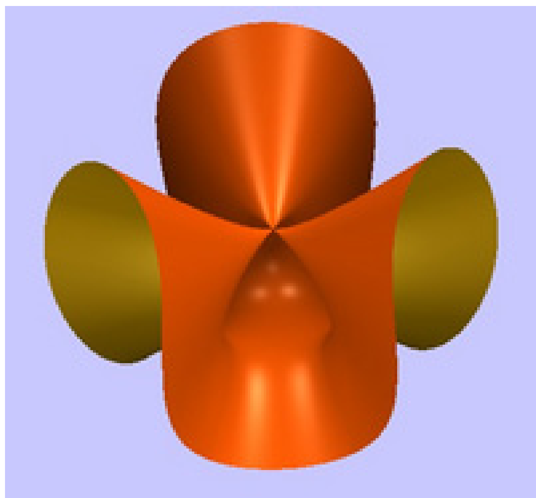


Kanskje dette er et godt bilde av et sort hull?

Deformasjonsteori
En annen tolkning av Milnortallet til en singularitet er som antallet deformasjoner av singulariteten. Med en deformasjon av en singularitet mener vi en liten pertubasjon av likningene som definerer singulariteten. Resultatet er at formen til singulariteten endrer seg dramatisk, i mange tilfeller er ikke engang den deformerte singulariteten noen singularitet. Et eksempel på dette er veikrysset der to veier krysser hverandre på tvers. En deformasjon av dette punktet splitter opp singulariteten i to punkter og veikrysset i to veier som ikke møtes, slik figuren viser.



Milnortall 1 sier at i dette tilfellet kun finnes én måte å deformere singulariteten. Man kunne tenke seg å forbinde de to veiene på motsatt måte, at veien fra øst knyttes sammen med veien fra sør og vestveien med den fra nord. Men dette er essensielt samme deformasjon som den på figuren, forskjellen kan forklares ved en multiplikasjon med -1.



Illustrasjoner av singulariteter kan være svært kunstneriske